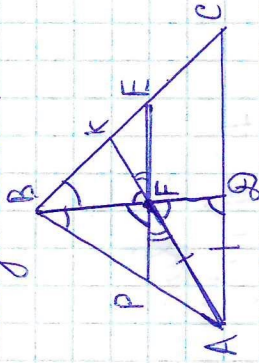


Задача 14



Дано:

 $\triangle ABC$

BD - медиана

FE, BD, EC

EF || AC

AF = AD

Доказать:

AB = BE

Доказано.

1. Треугольники EF и F по пересечению $AB = BE$ с AB в м. P . Треугольники AF и $m. F$ по пересечению с BC в м. K .

2. $\angle FDA = \angle BFP$, как смежные при $EP \parallel AD$ и секущей FD .

3. $\angle AFD = \angle ADF$, как углы при основании в равнобедренном треугольнике $\triangle ADF$.

4. $\angle BFK = \angle AFD$, как вертикальные.

($\angle BFK = \angle AFD$; $\angle AFD = \angle ADF$) $\Rightarrow \angle BFK = \angle ADF$.

5. ($\angle BFK = \angle ADF$; $\angle BFP = \angle ADF$) $\Rightarrow \angle BFK = \angle BFP$.

$\angle AFP = \angle KFE$, как вертикальные.

Рассмотрим $\triangle ABF$ и $\triangle EBF$.
 BF — общая

$\angle ABF = \angle EBF$, т.к. BF — биссектриса,

$\angle AFB = \angle EFB$, как суммы соответственных
 внешних углов ($\angle PFB + \angle PFA = \angle BFK + \angle KFE$).

Значит: $\triangle ABF = \triangle EBF$ (по стороне и двум
 прилежащим к ней углам).

$AB = BE$, как соот. элем. в равн. треуго.

ч.т.д.

Задача №5.

Пусть сторона закрашенного квадрата

равна a , тогда: сторона белого

квадрата равна — $(2 + 54 - a)$, вычитаем

и т.к. считаем 2 раза и одновременно его

сторона равна — $(3x + x - a)$, тогда те

же вычитаем a .

Стороны квадрата равны, значит:

$$2 + 54 - a = 4x - a$$

$$4x = 116$$

$$x = 29$$

Ответ: 29.

Задача №1

Пусть налог от высоты 11 см
 стоит на позиции p .

от ... p ... 11

За ней мы можем ничего не увидеть,
 значит отныне слева мы увидим не
 больше p налогов, а справа не больше
 $(11 - p + 1)$ налогов, т.е.: $n + m \leq p + 11 - p + 1$
 $n + m \leq 12$

Остаток привести пример:

Данная сумма получается если отсортировать
 налоги по возрастанию (1, 2, 3 ... 11).

Слева мы увидим $n = 11$ налогов, т.к. ничего
 не будет перед первым, а справа $m = 1$ т.к.
 самая первая налоговая все закрыта, в
 таком случае: $n + m = 12$.

то есть $n+m \leq 12$, и есть пример для $n+m=12$. Значит максимальное значение $n+m$ равно 12.

Теперь приведем пример для наименьшего значения суммы а доказан, что она минимальна.

Поставим налоги групп 11 и 10 по бокам, а все остальные в середину между ними, тогда слева убоим только $n=1$ налога а справа $m=2$ налога $n+m=3$.

~~Предположим, что мы наименьшее~~ ^{меньше 3} теперь докажем, что ~~больше 3~~ наименьше не может быть.

~~Положим~~ Если налога групп 10 стоим ~~ровно 11~~, то: $n \leq 2$, а если справа то: $m \leq 2$, т.к. мы не можем увеличить ~~эти налоги~~.

тогда в 1 случае: $(n \leq 2 \text{ и } m \leq 1)$ или не можем увеличить 0

налогов $\Rightarrow n+m \leq 3$.

Во 2 случае:

$$(m \leq 2 \text{ и } n \leq 1) \Rightarrow n+m \leq 3$$

Значит: $n+m=3$ - оптимально.

$$\text{Ответ: } (n+m)_{\max} = 12; (n+m)_{\min} = 3.$$

Задача №2

Пусть в процессе та наибольшее число делиться на 100, тогда оно будет не больше $\lfloor \frac{2150}{100} \rfloor = 22$, т.е. если мы хотим максимизировать число, ~~тогда при этом~~

операции оно увеличивается критично и стоит его увеличивать. Докажем, что число изначально

равное 2099 - в конце будет наибольшим.

Докажем, что все числа меньше 2099

в конце имеют ^{судит} меньшее значение, т.к.

при операциях с 2099, мы не разу не выполним деление деления, значит оно увеличится на 96 и будет равно 2093, любое число меньше

2022, тогда умножится не ~~больше~~ чем на 76,
начнет, в конце окажется меньше.
Теперь рассмотрим числа больше 2022,
т.е. их остаток при делении на 100
меньше 76, но в процессе они поделятся
на 100, значит будут в конце не больше
22 < 2023, значит: самое большое число
будет равно 2023.

Ответ: 2023.

Задача 24.

Задача 24

Докажем, что: $a + b + c + d > 1$, предположим
противное, тогда: $- a + b + c + d \leq 1$, тогда:
 $a \leq 1, b \leq 1, c \leq 1, d \leq 1$. ~~Тогда все равно~~
~~равны 1, но: $a + b + c + d = 4 < 1$ неверно:~~

~~II. Если число меньше 1~~

Эти умножение на число равное 1
произведение не увеличивается, а ~~тогда умножение~~
число меньше 1 произведение ~~уменьшается~~

Произведение будет не больше ~~а, ~~еще~~~~.
~~отное число не равно а. Ил. к. оно либо~~
~~уменьшится либо не увеличится, а если~~
~~будет больше а, т.к. прибавили к нему~~
~~положительные числа. Тогда получаем~~
~~противоречие с неравенством $a + b + c + d < a + b + c + d$.~~
Значит наше предположение неверно и
 ~~$a + b + c + d > 1$, в последствии воспользуясь~~
~~этой леммой.~~

В неравенстве $a + b + c + d < a + b + c + d$, перенесем
одно и то же слагаемое
~~вправо.~~

$$b + c + d < a + b + c + d - a$$

$$b + c + d < a(b + c + d - 1), a > 0, \text{ тогда:}$$

$$\frac{b + c + d}{a} < b + c + d - 1$$

$$b + c + d > 1, \text{ т.к. } \frac{b + c + d}{a} - \text{положительное.}$$

Аналогично перенесем ~~какую-то~~ переменную
получим:

$$abc > \frac{a+b+c}{4} + 1 > 1$$

$$acd > \frac{a+c+d}{6} + 1 > 1$$

$$abd > \frac{a+b+d}{6} + 1 > 1$$

Отсюда, попарно и все три неравенства

суммируя все неравенства:

$$abc + abd + acd + bcd > 4$$

r.m.g.